3E　電磁気学VI　問題

February 2, 2007

1．pn 接合の空乏層の中の電界が $E=A(x^2-d^2)$ [V/m] で与えられるとき，次の問に答えよ。ただし，x は接合面からの距離，半導体の誘電率をε [F/m]とする。

（1）x の位置の電位を計算せよ。ただし，電位の基準を $x=d$ とする。

$$V=-\frac{A}{3}\left(2d^3+x^3-3d^2x\right)\ \text{[V]}$$

（2）x の位置の電荷密度を計算せよ。

$$\rho=2\varepsilon Ax\ \ [\text{C/m}^3]$$

2．二極管（真空管）の中では、電界 E [V/m]が z [m]関数 $E=-E_m(z/D)^{1/3}$ で与えられる。

（1）電位 V と z の関係を計算せよ。ただし，電位の基準を $z=0$ とする。

$$V=\frac{3}{4}E_mD\left(\frac{z}{D}\right)^{4/3}\quad \text{[V]}$$

（2）空間電荷密度と z の関係を導け。

$$\rho=-\frac{\varepsilon_0E_m}{3D}\left(\frac{z}{D}\right)^{-2/3}\quad [\text{C/m}^3]$$

3．磁界の x, y, z 成分が次式で与えられるとき，電流密度の z 成分を計算せよ。

$r<a$　　$H_x=H_y=H_z=0$ [A/m]

$a<r<b$　　$H_x=H_my/a$, $H_y=-H_mx/a$, $H_z=0$ [A/m]

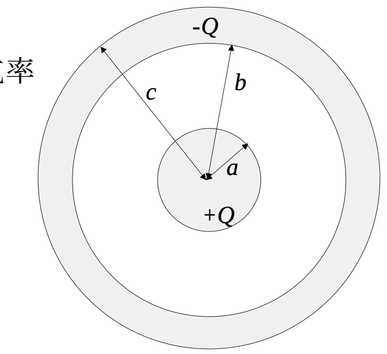
$r>b$　　$H_x=H_my/ar^2$, $H_y=-H_mx/ar^2$, $H_z=0$ [A/m]　　　　$r^2=x^2+y^2$

$r<a$　　$J_z=0$ [A/m^2]

$a<r<b$　　$J_z=-2H_m/a$ [A/m^2]

$r>b$　　$J_z=0$ [A/m^2]

4．図は無限に長い円柱の断面を示している。 $a<r<b$ [m]の間は抵抗率 ρ[Ω･m]，誘電率ε [F/m]のガラスであるとする。内外の導体の間に, $V=V_m\sin\omega t$ [V]の電圧を加えた。



（1）長さ 1 m あたりの伝導電流を計算せよ。

$$I_C=\frac{2\pi V_m}{\rho\ln(b/a)}\sin\omega t\quad \text{[A/m]}$$

（2）長さ 1 m あたりの変位電流を計算せよ。

$$I_D=\frac{2\pi\varepsilon\omega V_m}{\ln(b/a)}\cos\omega t\quad \text{[A/m]}$$

5．時間 t の経過とともに z 方向に, 位相速度 a で伝搬する周波数 b の電磁波の電界 e を表す式を書け. ただし，実効値を E とする.

$$e=\sqrt{2}E\cos 2\pi b\left(t-\frac{z}{a}\right)$$

6．誘電率ε [F/m]，透磁率μ [H/m]の物質の中を進む次の平面電磁波が Maxwell の方程式を満たすための条件を導け。

$$E_y=E_m\cos(\omega t-kx),\ H_z=H_m\cos(\omega t-kx)$$

$$\frac{\omega}{k}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}},\qquad \frac{E_m}{H_m}=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

7．断面が半径 a [m]の円形，1 m あたりの抵抗が R [Ω/m]の導線がある．これに，電流 I [A]が流れているとき，

（1）導線の表面における磁界の大きさを計算せよ.

$$\frac{I}{2\pi a}\quad \text{[A/m]}$$

（2）導線の表面における電界の大きさを計算せよ.

RI [V/m]

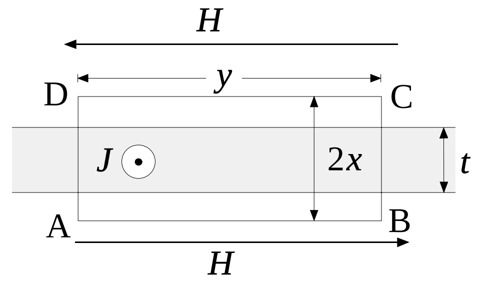
（3）導線の表面におけるポインティング・ベクトルの大きさを計算せよ.

$$\frac{RI^2}{2\pi a}\quad [\text{W/m}^2]$$

（4）1 秒間の間に，導線の長さ 1 m あたりの表面から導線の中へ入るエネルギーを計算せよ.

RI^2 [W/m]

8．厚さ t [m]の無限に広い導体の板が x 軸に垂直に置かれ，電流密度 J [A/m^2]の電流が z 方向に流れているとき，この電流による磁界の大きさを計算せよ.



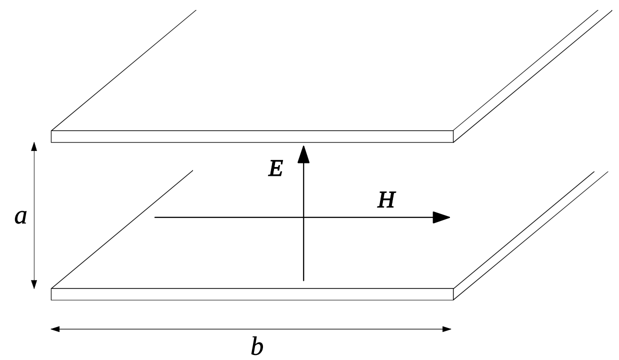
（1）ループ ABCDA に沿う磁界 $\boldsymbol{H}$ の周回積分を計算せよ.（対称性により, x の正負の領域における磁界の大きさは等しい.）

$2yH$ [A]

（2）磁界 H の大きさを計算せよ.

$H=Jt/2$ [A/m]

9．右図のような 2 枚の平行な導体板の間に誘電体（誘電率ε [F/m]，透磁率μ_0 [H/m]）が挿入されている．その中を電磁波が進むことを考える．ただし，電界は時間 t [s]，座標 z [m]の関数として， $E_x=E_m\sin(\omega t-\beta z)$, $E_y=E_z=0$ [V/m]で表される.
電磁波は，導体板の間のみに存在し，端の影響は無視する.



（1）電波の進行方向を図に矢印で示せ.

E，H の両方に垂直で，奥に向かう方向

（2）導体板の間を 1 秒間に通過するエネルギーの大きさを計算せよ.

$EHab$ [W]

（3）rot $\boldsymbol{E}=-\partial\boldsymbol{B}/\partial t$ より，磁界ベクトルの y 成分を計算せよ.

$$H_y=\frac{\beta}{\mu_0\omega}E_m\sin(\omega t-\beta z)\quad \text{[A/m]}$$

（4）この電磁波の波長と速度を答えよ.

$$\frac{2\pi}{\beta}\ \text{[m]},\quad \frac{\omega}{\beta}\ \text{[m/s]}$$

（5）磁界が H [A/m]の場合，電流の大きさをアンペアの周回積分の法則から計算し，それぞれの導体に流れる電流の向きを下の断面図に示せ.

Hb　[A]，上の導体板：紙面に垂直で手前に向かう方向，下の導体板：奥に向かう方向

10．誘電率がε [F/m]の誘電体の中で，電界が座標 x [m] に依存して次のように表されるとき，以下の問に答えよ．

E=0　(x <0)，　E=$E_m x$　(0 < x < D)，　E= $E_m D$ - Bx　[V/m] (x >D)

（1）x >D において，電荷密度を計算せよ．

$-\varepsilon B$　[C/m^3]

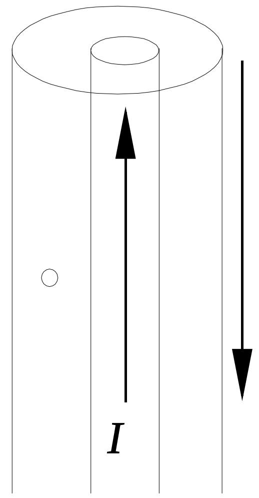
（2）x >D において，電位を計算せよ．ただし，x=0 において電位はゼロである．

$$\frac{1}{2}E_m D^2 - E_m Dx + \frac{B}{2}\left(x^2 - D^2\right)\quad [\mathrm{V}]$$

11．携帯電話に用いられる 850 MHz の電波の波長を計算せよ．

35.3 cm

12．内外の導体の半径がそれぞれ、a, b [m] の同軸ケーブルがある。内外の導体の間は、誘電率ε [F/m]，透磁率μ_0 [H/m] の誘電体で充されている。内外の導体に、それぞれ互いに反対向きに同じ大きさの電流 I [A] が表面を流れているとき，中心軸から r [m]の位置の電界の方向が外向きであり，大きさは K/r [V/m]であった。導体に抵抗はないものとして，以下の問いに答えよ。



（1）中心軸から r [m] の位置の磁界を計算せよ．

$$\frac{I}{2\pi r}\quad [\mathrm{A/m}]$$

（2）外側の導体を基準とした内側の導体の電位を計算せよ．

$$K\ln\frac{b}{a}\quad [\mathrm{V/m}]$$

（3）同軸ケーブルの１ｍあたりの静電エネルギーを計算せよ。

$$\pi\varepsilon K^2\ln\frac{b}{a}\quad [\mathrm{J/m}]$$

（4）同軸ケーブルの１ｍあたりの静磁エネルギーを計算せよ。

$$\frac{\mu I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}\quad [\mathrm{J/m}]$$

（5）中心軸から r [m] の位置のポインティング・ベクトルの大きさを計算せよ．

$$\frac{KI}{2\pi r^2}\quad [\mathrm{W/m^2}]$$

（6）図１に、内外の導体の電流の向きを示している．○印は内外の導体の間に位置している。この位置の磁界 H およびポインティング・ベクトル S の向きを示せ．

上向き

（7）同軸ケーブルの断面を１秒間に通過するエネルギーの大きさを計算せよ．

$$KI\ln\frac{b}{a}\quad [\mathrm{W}]$$

13．誘電率と透磁率が，それぞれε [F/m]，μ [H/m]の物体の中を進む電磁波の電界が E_x=E_m sin(ωt-kz)，E_y= E_z=0 [V/m]であるとき，

（1）磁界の x, y, z 成分をそれぞれ計算せよ．

$$H_y = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m\sin(\omega t\text{-}kz)\,,\quad H_x = H_z = 0\ [\mathrm{A/m}]$$

（2）k をω, ε, μで表せ．

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}\quad [\mathrm{rad/m}]$$

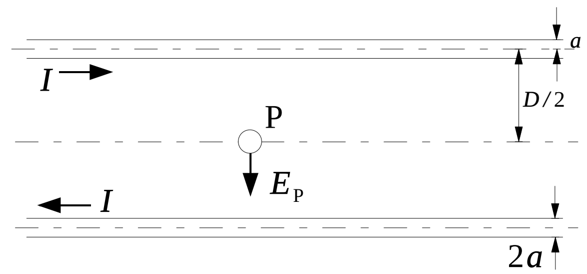
（3）この電磁波が，z 軸と垂直な面積 A [m^2]の面にすべて吸収されて熱に変わるとき，1 秒間に発生する熱エネルギーを計算せよ．

$$P = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_m{}^2 A\quad [\mathrm{W}]$$

14．この問題用紙の表側から裏側に向かって紙面に垂直に進む電磁波について考えよ。ただし、ある瞬間の電界の強さは E_m [V/m]で方向は右向きであるとする。この瞬間の磁界の方向と強さを計算せよ。

下向き，$H_m = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m = \dfrac{E_m}{120\pi}$　[A/m]

15．半径 a [m]の抵抗のない２本の導線が間隔 D [m]で平行に張られている．導線の間には電圧が加えられ，２本の導線の真ん中の点 P における電界は E_P [V/m]である．また，導線には，互いに反対向きで大きさの等しい電流 I [A]が流れている．



（1）導線の間の電圧を計算せよ．

$$\frac{E_P D}{2}\ln\frac{D-a}{a}\quad [\mathrm{V}]$$

（2）点 P のポインティング・ベクトルの大きさを計算し，向きを図の中に書け．

右向き

16. あらゆる方向へ一様に電波を放射するアンテナから 10 km 離れた場所での電界強度が 50 μV/m であった。　アンテナから放射されている電力を計算せよ。ただし、$\dfrac{E}{H} = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$ [Ω]である。

8.3 mW